



Géométrie des tas de sable

THÉRÈSE GILBERT, therese.gilbert@galilee.be

PIERRE PIERSON, pierrepiererson@hotmail.com

site : <http://www.gem-math.be>

courriel : contact@gem-math.be

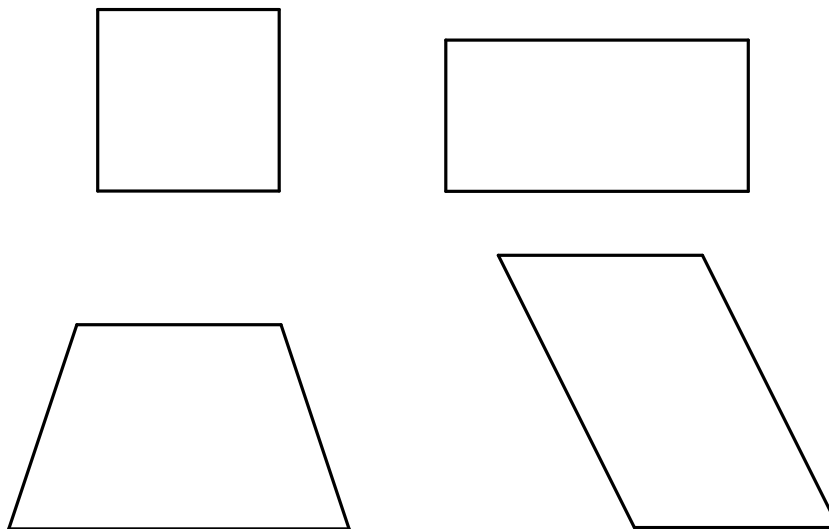


1 De simples tas

Réalisez¹ trois tas de sable sur trois disques de rayons différents en essayant de construire des tas les plus hauts possible. Quelles formes ont les trois tas de sable ? Pourquoi ne peuvent-ils pas être plus haut ?

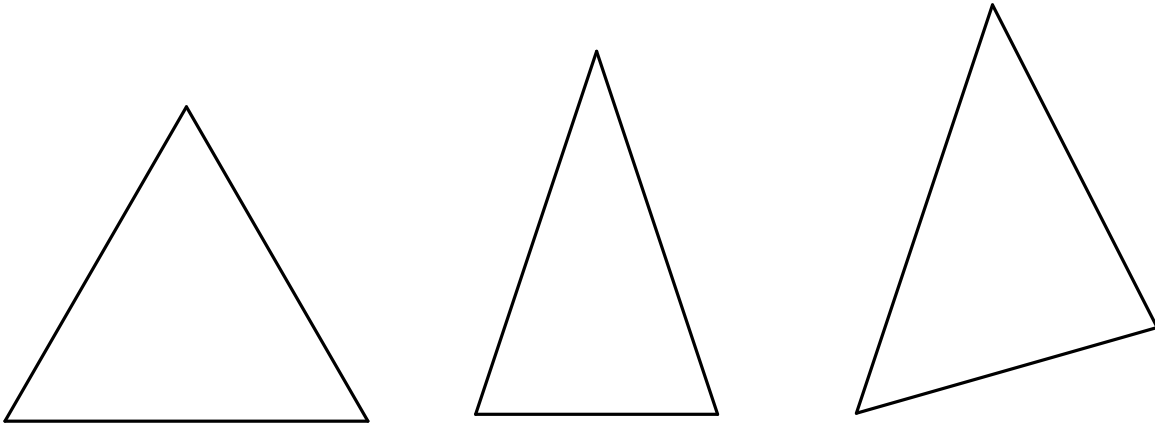
2 Avec socles polygonaux

1. Quelles formes auront les tas de sable sur les socles suivants ? Dessinez les vues du dessus. Conjecturez avant d'expérimenter. Expérimentez puis justifiez.



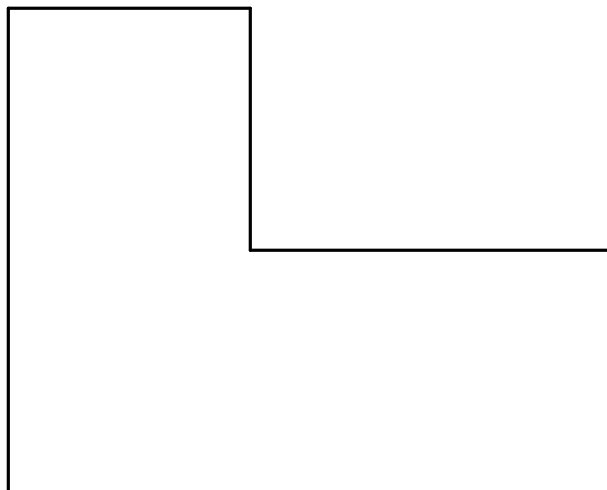
1. Les trois premières sections sont très inspirées du TFE de Pierre Pierson, *La géométrie des tas de sable*, ISPG, Bruxelles, 2012. Certaines consignes, comme celle-ci en sont directement extraites. On peut aussi consulter à ce sujet un travail réalisé par des élèves de 13 à 15 ans dans le cadre de Math en Jeans : http://soleil.rene.free.fr/neo/Butinages/La_geometrie_du_tas_de_sable.pdf.

2. Mêmes consignes pour des socles triangulaires.



3. Quelle forme doit avoir un socle quadrilatère pour que le tas de sable correspondant soit une pyramide ?

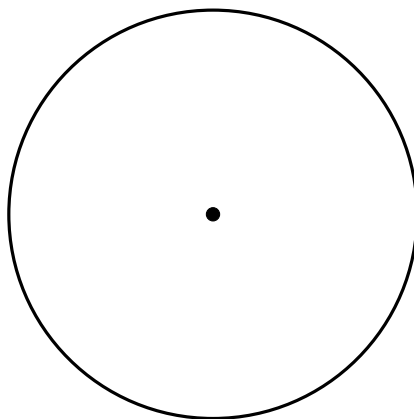
4. Quelles formes auront les tas de sable sur le socle suivant en forme de polygone non convexe ? Dessinez la vue du dessus. Conjecturez avant d'expérimenter.



3 Sur socles troués ou tronqués

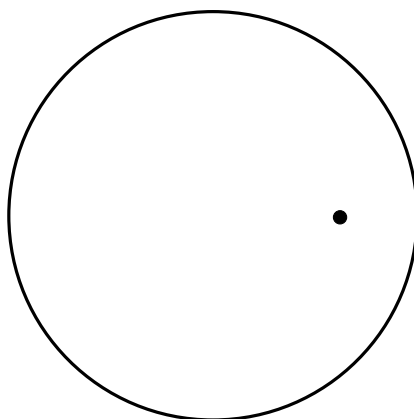
1. Prenons maintenant un disque troué en son centre. Dans un premier temps, laissons le trou bouché et réalisons le tas de sable.

Avant que nous débouchions le trou, prévoyez la forme obtenue quand le sable se sera écoulé. Essayez d'en dessiner la vue du dessus, la vue de profil, une coupe...

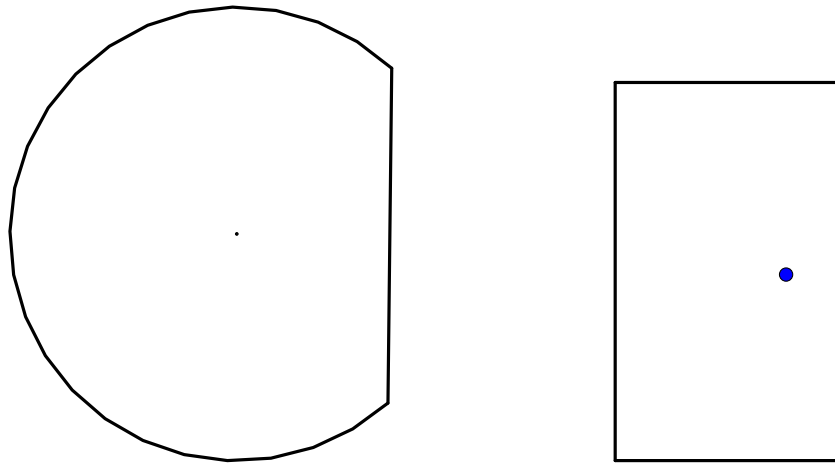


2. Comparez la quantité de sable restant avec la quantité de sable écoulé.

3. Si le trou n'était pas au centre, quelle serait la courbe formée par la crête? Dessinez la vue du dessus.

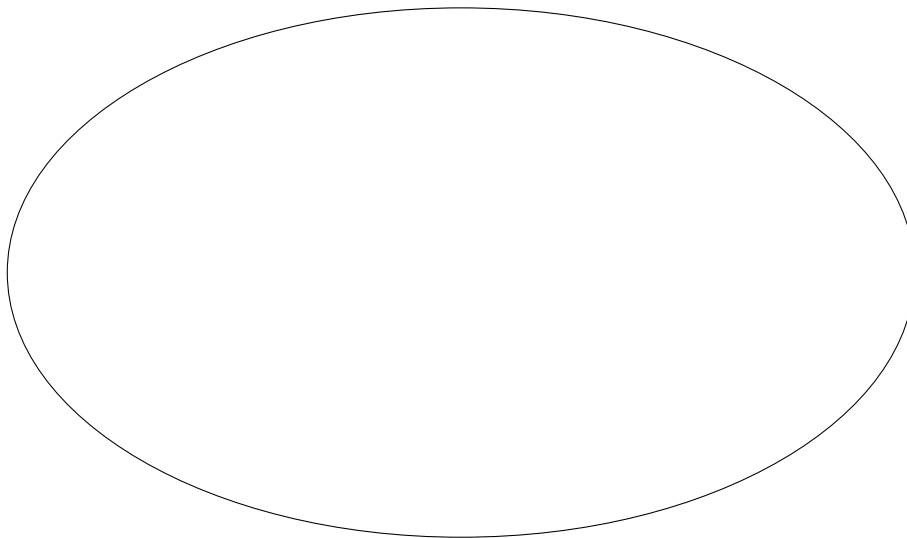


4. Même consigne pour un disque tronqué ou un socle rectangulaire troué.



4 Sur une conique

1. On verse autant de sable que possible sur un socle de forme² elliptique. Quelle forme prend le tas de sable ? Plus précisément, déterminez la vue du dessus de la “crête” de ce tas de sable.



2. On peut remplacer l'ellipse par une parabole....

2. La question a été posée par un étudiant, Matias Huwaert, dans le cadre d'un atelier sur les tas de sable à la Haute École Galilée en 2015 et proposée au GEM la même année.

Présentation introduction

Tous assis autour des tables.

Pierre Pierson, De l'autre côté...

Thérèse Gilbert, HEGalilée

Nous allons vous proposer des activités qui nous ont été inspirées par des exposés de Dominique Bénard (IREM du Mans). Il a fait travailler des élèves de collège sur la problématique des tas de sable dans le cadre de Maths en Jeans.

Si certains connaissent déjà cette problématique

Éléments de solutions

5 De simple tas

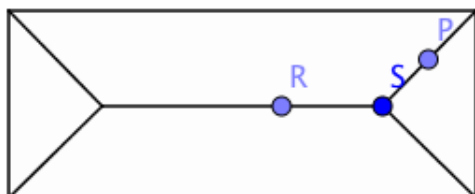
Les tas sont coniques et semblables.

L'angle entre une génératrice du cône et le plan horizontal est constant. On l'appelle l'angle de talus.

6 Socles polygonaux

Remarque : vous avez un exemplaire de chaque quadrilatère. L'exemplaire n'est pas forcément semblable à celui des notes distribuées.

- Tracer au crayon précisément la vue du dessus
- expérimenter
- éventuellement corriger
- de toute façon, justifier
 - pq pas ce que l'on croyait ?
 - Pq est-ce ainsi ?



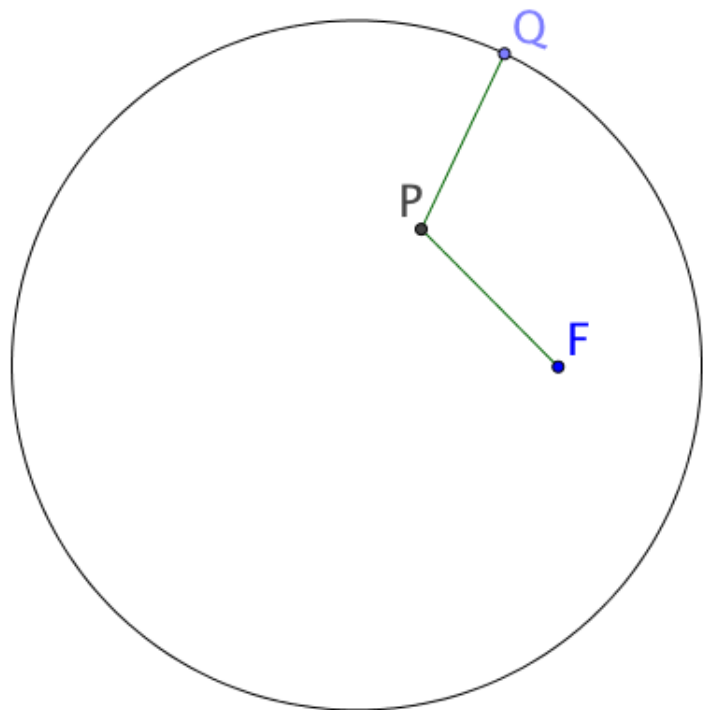
R. les points de cette crête sont à égale distance des deux crêtes opposées.

P. les points de cette crête sont à égale distance des deux crêtes consécutives.

S. les points de cette crête sont à égale distance de trois crêtes proches..

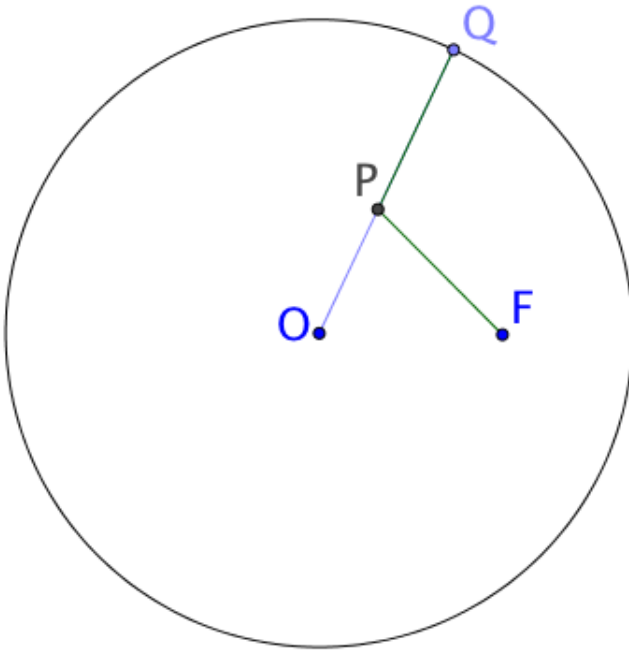
Vues du dessus, les crêtes sont le lieu des points à égale distance des deux bords les plus proches. Vues du dessus, les sommets sont l à égale distance d'au moins trois bords les plus proches.

7 Sur socles troués...

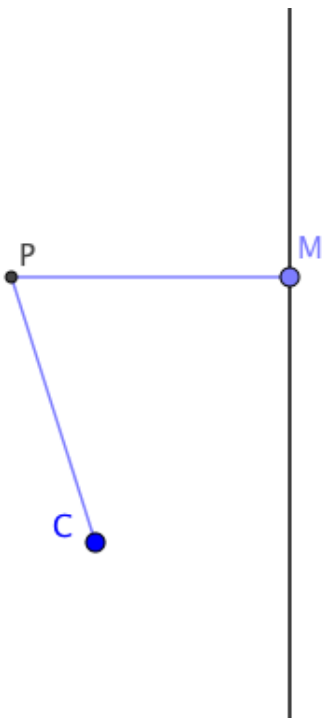


On cherche les points à égale distance de...

Comment tracer la distance d'un point à un cercle ?



Finalement, $PO + PF = PO + PQ = r$.



$$d(P, d) = PC$$