Les idées principales de Nicolas Rouche à propos de l'enseignement des mathématiques

Christine De Block-Docq et Christiane Hauchart

Introduction

À la fin des années 70, Nicolas Rouche est préoccupé par le rôle trop sélectif à ses yeux des cours de mathématiques dans l'enseignement secondaire. À côté de son travail d'enseignement et de recherche dans le domaine de la mécanique et des équations différentielles à l'UCL, il s'implique dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Il se demande ce qu'il faut prendre en compte pour préparer un enseignement des mathématiques qui provoque un réel apprentissage chez les apprenants. Il ne veut pas d'une recherche en chambre mais d'une recherche-action. Il invite des enseignants du terrain à participer à un séminaire de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. Il s'agit d'enseignants du secondaire inférieur ou supérieur de différentes sections (générales, techniques ou professionnelles). À ce séminaire sont associés des étudiants de deuxième licence en sciences mathématiques qui réalisent des mémoires à orientation didactique sous sa direction. C'est ainsi qu'est né le GEM (Groupe d'Enseignement Mathématique). Voici un commentaire fait par Nicolas sur les objectifs de ce groupe dans la Lettre du GEM au GFEN (Groupe Français d'Education Nouvelle) [10]: "*Ce qui nous rassemble, ce sont avant tout la recherche de situations problématiques proposées aux élèves comme chantier de théorisation et de conceptualisation, et nos échanges sur ce que ces situations provoquent dans les classes.*" Au fil des ans, l'intérêt de Nicolas s'est étendu à l'enseignement primaire, base de tous les apprentissages.

Dans ce qui suit, nous tentons de synthétiser les idées principales développées et défendues par Nicolas à propos de l'enseignement des mathématiques. Pour ce faire, nous nous appuyons sur des écrits de Nicolas et aussi d'autres auteurs qui ont influencé son travail, et dont il avait à coeur de diffuser les idées. Que les lecteurs excusent le caractère nécessairement réducteur de ces quelques pages : il est impossible de rendre compte avec finesse de l'immensité du travail transmis par Nicolas dans tant d'ouvrages, d'articles et d'exposés. Nous renvoyons à la bibliographie les lecteurs en quête d'approfondissement.

Nous remercions Benoît Jadin et Rosane Tossut pour leur lecture attentive de ce texte et les commentaires constructifs qu'ils y ont apportés et Ginette Cuisinier pour la confection des figures.

1. Partir du terrain de l'élève, mais ne pas y camper

Dans l'article *De l'élève aux mathématiques, le chemin s'allonge* [19], N. Rouche écrit "*L'enseignement doit aller de l'élève vers les mathématiques (et non l'inverse), c'est-à-dire du particulier au général, du concret vers l'abstrait.* "

Une option de base est la suivante : <u>le savoir mathématique se construit</u> progressivement lorsqu'on s'interroge à partir de phénomènes familiers[1]. Dans l'avant-propos de son dernier livre [21], N. Rouche écrit "*H. Freudenthal [8] est l'un des auteurs qui a le plus contribué, surtout à partir des années 1970, à montrer que l'apprentissage des mathématiques devait se faire par paliers et qu'il devait <u>commencer par des phénomènes et des objets mentaux, non par des axiomes et des concepts</u>. Les phénomènes sont des situations intrigantes qui sont en appel d'une explication mathématique. Les objets mentaux sont des notions non encore*

[1] Cette théorie est souvent désignée par la locution *phénoménologie de Freudenthal.*

inscrites dans un système axiomatique et qui sont néanmoins de bons outils pour organiser des champs de phénomènes". Un objectif essentiel est dès lors de rechercher des situations à proposer aux élèves, qui soient accessibles, exprimées dans la langue quotidienne, de la manière la plus simple possible, mais dont la résolution oblige à penser mathématiquement, à avancer vers les mathématiques véhiculaires, celles qui s'expriment dans le langage convenu de spécialistes et se prêtent ainsi à la communication.

Bien sûr, la notion de situation accessible pour les élèves et provoquant un morceau de théorisation dépend des élèves auxquels on s'adresse et de l'endroit où ils se trouvent dans leur parcours mathématique.

Dans cette optique de la construction du savoir mathématique, l'enseignement part d'objets mentaux, même si ces derniers sont incomplets ou imparfaits à l'égard de la théorie achevée. Au contraire, il est intéressant de les laisser émerger, et de bâtir sur eux pour ne les mettre en question que plus tard, sur des exemples significatifs.

C'est ainsi que les objets mentaux se transforment progressivement en concepts. "*Par exemple les fractions associées dans le quotidien à des découpages ou des morceaux d'objets, à des comparaisons ou des rapports de grandeurs ou de mesures, à des transformations par changement d'échelle, etc. constituent des objets mentaux, instruments efficaces quoique n'ayant pas atteint le stade de formalisation des fractions dans la théorie des nombres rationnels. […] Par opposition aux objets mentaux, les concepts, dans la terminologie de Freudenthal, appartiennent à une théorie mathématique constituée. Ils répondent à des définitions dépourvues d'ambiguïté, appropriées à l'exposé déductif de cette théorie.*" [5]

"Mais entre les objets mentaux et les concepts mathématiques techniquement définis, la distance est grande : il y a ce qu'on appelle un seuil épistémologique." [5]. Illustrons cela dans le cadre de deux notions familières, en les comparant, chacune, au concept théorique qu'elle préfigure dans le quotidien :

- la vitesse du coureur ou celle de la voiture, perçue à la sensation de vent, à la manière dont défile le paysage, au bruit du moteur, … a engendré le concept de dérivée, limite d'un quotient différentiel ;
- les aires et volumes d'objets simples, puis moins simples, ont engendré le concept d'intégrale.

N. Rouche [5] souligne que "*c'est toujours une famille, et souvent une famille éparse, de notions et d'objets quotidiens qui renvoie, non à un concept, mais à tout un secteur des mathématiques, c'est-à-dire à une théorie."* Par exemple, le calcul différentiel prend ses racines dans le quotidien, par le biais de phénomènes concernant des choses aussi hétéroclites que vitesses, tangentes, pentes, taux de croissance, etc.

Il est important, en tant qu'enseignants, d'être attentifs à l'existence de ces seuils : parfois la théorie est à ce point prégnante qu'elle éclipse à leurs yeux ce caractère hétéroclite du fait qu'ils disposent de la dérivée comme clé d'interprétation. Ils doivent se déconditionner pour revenir sur le terrain de l'élève, et admettre qu'il n'y a pas de parenté conceptuelle immédiate par exemple entre la vitesse du cycliste et le coût marginal.

Nous avons commencé cette section en indiquant le choix fait par le GEM d'une conception que nous avons d'un savoir mathématique qui se construit. Terminons la en contrastant, comme le fait B. Charlot [2][2], l'idée d'un savoir mathématique qui se construit avec celle d'un savoir mathématique préexistant qui se découvre.

[2] Dans le Chapitre X, *L'épistémologie implicite des pratiques d'enseignement des mathématiques.*

"*Qu'est-ce que faire des mathématiques ? Ma réponse globale sera que faire des maths, c'est les FAIRE, au sens propre du terme, les construire, les fabriquer, les produire, que ce soit dans l'histoire de la pensée humaine ou dans l'apprentissage individuel. Il ne s'agit pas, bien sûr, de faire réinventer par les élèves des mathématiques qui existent déjà mais de les engager dans un processus de production mathématique où leur activité ait le même sens que celle des mathématiciens qui ont effectivement forgé des concepts mathématiques nouveaux.*

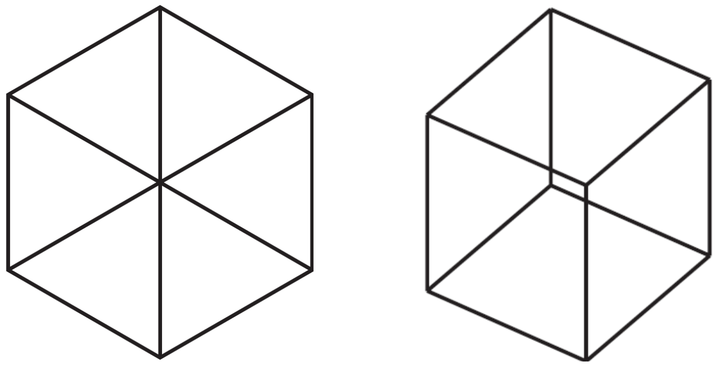
Cette idée que faire des mathématiques, c'est les FAIRE, n'est pas la conception dominante dans l'univers scolaire actuel. La conception la plus courante postule que les mathématiques n'ont pas à être produites, mais à être découvertes. Les êtres mathématiques existent déjà, quelque part dans le ciel des idées. Dès lors, le rôle du mathématicien n'est pas de les créer, de les inventer, mais de les découvrir, de dévoiler, des vérités mathématiques qui existaient déjà mais n'étaient pas encore connues. […]

À *cette idée de mathématiques données, j'oppose l'idée de mathématiques construites […]. L'activité mathématique n'est pas regard et dévoilement, mais création, production, fabrication. Les concepts mathématiques ne sont pas un bien culturel retransmis héréditairement comme don ou socialement comme capital mais le résultat d'un travail de la pensée, celle des mathématiciens à travers l'histoire, celle de l'enfant à travers son apprentissage. […]* "

2. Faire des maths, c'est penser. Qu'est-ce qui aide à penser ?

Selon la conception constructiviste du savoir mathématique, les apprenants sont actifs, chercheurs dans leur apprentissage. Pour stimuler leur recherche, il faut leur proposer des défis ni trop grands, ni trop petits, rédigés dans leur langage, plus ou moins mathématique selon leur âge. Ces défis doivent permettre de premières ébauches individuelles de résolution. Les élèves devraient être entraînés à explorer plusieurs cas relatifs à la question, en partant de cas particuliers et en allant parfois jusqu'à des cas limites, pour pouvoir extraire un énoncé et finalement expliquer les éléments de réponse. Ces trois étapes présentées par S. Stein [23] sous l'expression condensée tri-ex [22] ne sont pas toujours successives ni distinctes dans le cheminement de la pensée. Il s'agit de ce que M. Weber [25] appelle un type idéal. N. Rouche [22] le décrit comme suit : "*Un type idéal est un concept, une construction de l'esprit qui accuse les caractères les plus importants d'une situation réelle, qui les schématise en les poussant à l'extrême pour des raisons de clarté. L'objectif d'un type idéal n'est pas de représenter fidèlement la réalité […]. Au contraire, un type idéal doit d'abord être net, établir des distinctions logiques claires. Il ne tend pas à reproduire la réalité, il la stylise*." Tout caricatural qu'il soit, ce tri-ex a le mérite d'insister sur les parties d'exploration et d'extraction qui ne sont pas souvent présentes dans le quotidien de l'enseignement.

Dans les phases d'exploration, qui peuvent être ou non accompagnées de manipulations, des réactions d'élèves résultent parfois d'effets de contexte : ils peuvent être piégés ou aidés par leur perception. La psychologie de la forme développée par W. Koehler [14] et P. Guillaume [12] a été analysée du point de vue mathématique par M. Wertheimer [26]. "*Ils ont montré, entre autres, que la perception visuelle d'un objet n'est pas réductible à l'image qui s'en forme sur la rétine. En effet, cette image est univoque, alors que la perception peut se dédoubler. […] La perception est souvent déterminée par la loi de la bonne forme*" [6] selon laquelle notamment au plus une configuration contient de symétries, au plus elle a tendance à être interprétée comme une figure plane et au contraire, une configuration dissymétrique évoque plus spontanément une représentation plane d'un objet tridimensionnel.

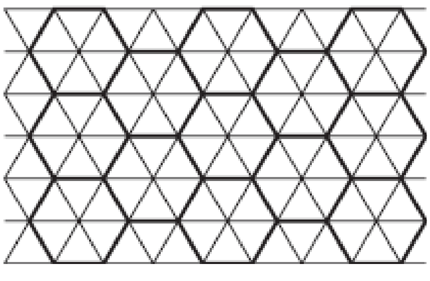


Un autre élément intervenant dans cette phase exploratoire est <u>le rôle des sensations</u> décrit par E. Mach [16] : notre perception visuelle est assez sensible à la présence d'éléments horizontaux et d'éléments verticaux. Les premiers sont plus facilement saisis par notre acuité visuelle et les seconds sont prégnants physiologiquement par le fait que nous sommes soumis à la force de la pesanteur.

Pour résoudre un défi, il est aussi souvent utile de <u>penser à côté</u>, c'est-à-dire d'envisager la situation avec un certain degré de liberté, de sortir des sentiers battus, changer de contexte. C'est une des recommandations faites par G. Polya dans son ouvrage *How to solve it ?* [17].

Les enseignants peuvent provoquer chez leurs élèves, grâce à des questions judicieusement choisies, un effet de <u>distanciation</u>, à savoir la considération d'un phénomène banal, familier, mais avec un regard nouveau, curieux, interrogateur, comme l'a bien décrit B. Brecht cité par H. Bassis [1] : "*Pour comprendre une chose, les hommes de sciences font comme s'ils ne la comprenaient pas ; pour découvrir une loi, ils mettent les processus en contradiction avec l'idée traditionnelle qu'on se fait d'eux; de la sorte, ils font ressortir le caractère inouï et particulier du phénomène étudié."* On peut aussi mieux comprendre cet effet de distanciation par cette phrase de l'historien F. Braudel [3] : "*Vous voulez connaître Paris, allez vivre un an à Londres.*"

Toujours pendant cette phase d'exploration et d'éventuelles manipulations, on peut voir s'exercer <u>l'intelligence des situations</u> qu'H. Wallon [24] a décrite dans l'ouvrage au titre significatif *De l'acte à la pensée*. Ce type d'intelligence qui joue un rôle important dans le processus d'abstraction de la pensée mathématique intervient dans le choix de stratégies adéquates d'ajustements, de combinaisons, de constructions pour aboutir au résultat recherché. Elle peut fonctionner de manière implicite, sans argumentation. C'est l'occasion de rappeler l'importance des "<u>patterns</u>", mot difficilement traduisible qui recouvre toutes sortes d'assemblages, d'emboîtements de traits ou de figures et qui contiennent de manière implicite d'innombrables propriétés. Les pavages polygonaux sont des exemples de patterns. H. Freudenthal [7] parlait à leur propos de miracles du "fitting".



L'imagination des élèves se nourrit de toutes ces observations qui pourront être évoquées utilement dans des phases ultérieures de l'apprentissage. Dans un premier temps, les élèves n'ont pas nécessairement besoin d'expliquer ces miracles d'emboîtement. C'est la tâche des enseignants de faire progresser leur curiosité, de poser de bonnes questions pour qu'à un moment donné, les élèves ressentent le besoin de décrire et de comprendre ces phénomènes. Les enseignants ont pour objectif d'amener les élèves à des mathématiques plus avancées.

Le passage par l'intelligence des situations est une première étape substantielle dans le développement de l'intelligence appelée discursive par H. Wallon [24]. Une deuxième étape vers cette abstraction se situe dans la phase d'extraction qui suit la phase d'exploration, les élèves ont l'occasion d'exercer leur pensée sous une forme inductive : ils peuvent discerner parmi les différents cas observés une loi ou propriété commune. C'est une phase d'inventivité où certains élèves peuvent se révéler plus compétents que dans des phases de travail plus déductif.
Dans la phase finale d'explication, c'est alors l'intelligence discursive qui est sollicitée pour expliciter et enchaîner des arguments dans le but de justifier déductivement la propriété qui a été induite.

Rappelons que ces étapes sont rarement aussi distinctes dans le temps, elles s'entremêlent ; les élèves font des essais et des erreurs. Ces erreurs de pensées, celles qui sont significatives, ne sont pas à éviter : c'est en en prenant conscience et en les dépassant que les élèves auront une connaissance plus complète, plus significative des concepts. Cette démarche d'apprentissage dans laquelle les erreurs jouent un rôle important est décrite par B. Charlot [2][3] dans l'extrait suivant : "*L'activité mathématique n'est donc pas simplement recherche de la réponse correcte. Elle est aussi élaboration d'hypothèses, de conjectures, qui sont confrontées à celles des autres et testées dans la résolution du problème. Un concept approximatif est forgé pour résoudre un certain type de problème. Puis la pensée rebondit quand l'élève utilise ce concept pour résoudre d'autres problèmes, ce qui exige transferts, rectifications, ruptures, etc, selon un processus analogue à celui qu'on peut observer dans l'histoire des mathématiques. Il me semble donc essentiel de comprendre que l'élève ne construit pas un concept en réponse à un problème, mais, selon l'excellente formule des chercheurs de Louvain-la-Neuve, un champ de concepts qui prend sens dans un champ de problèmes. Un concept mathématique se construit articulé à d'autres concepts, à travers une série de rectifications et de généralisations rendues nécessaires par son utilisation dans un champ de problèmes parents.*"

Pour aider les élèves à penser, N. Rouche prône de ne pas faire systématiquement de rappels au début d'une leçon pour aider les élèves à être autonomes dans leur réflexion. Il écrit : "*Il faut tout faire pour laisser à l'élève sa part d'initiative et de mérite. Il ne faut pas le faire réussir à n'importe quel prix. Mais il faut d'abord l'amener à se battre tant et si bien qu'il se doive et s'attribue son succès*." [10]. Il attire l'attention des enseignants sur l'utilité de pouvoir se taire à bon escient laissant ainsi aux élèves la possibilité de chercher. Il insiste beaucoup pour que l'enseignement des mathématiques ne se réduise pas à l'enseignement de recettes de type technique mais entretienne en permanence le sens des concepts. Il écrit : "*Apprendre des mathématiques, faire des mathématiques, c'est penser, ce n'est pas appliquer des règles, ce n'est pas chercher l'unique bonne réponse par l'unique bonne méthode.*" [2][4]. Comme d'autres, il lutte ardemment contre le drill exacerbé. Grâce aux échanges avec E. Wittmann, il découvre qu'au niveau de l'enseignement primaire, des colonnes de calculs peuvent être intéressantes quand elles sont régies par des régularités. On en trouve de nombreux exemples dans la suite de manuels allemands élaborée par E. Wittmann et son équipe [27].
N. Rouche se bat aussi pour que les textes transmis aux apprenants et ceux produits par eux soient rédigés dans un français correct avec toutes les conventions relatives aux conjonctions, à l'orthographe, la grammaire et la ponctuation [9].

[3] Dans le Chapitre X, *L'épistémologie implicite des pratiques d'enseignement des mathématiques.*

[4] Dans le Chapitre XIII, *L'analphabétisme mathématique.*

3. Adapter le niveau de rigueur et utiliser un langage approprié

La conception d'un savoir mathématique qui se construit implique aussi d'éviter une formalisation et une conceptualisation prématurée : "*Certes, la rigueur de la pensée et du langage reste un des objectifs essentiels de l'apprentissage des mathématiques. Mais, précisément, elle en est l'objectif et non la base, le point de départ.*", affirme B. Charlot dans [2][5]. C'est bien le point de vue qui est défendu dans les deux citations qui suivent, respectivement de qui M. Kline [13] et de N. Rouche [19].

> "*Avant qu'on puisse apprécier la formulation précise d'un concept ou d'un théorème, on doit savoir quelle idée y est formulée et quels pièges sa formulation même essaye d'éviter. Donc, on doit être capable de s'appuyer sur une grande richesse d'expérience acquise avant de s'attaquer à la formulation rigoureuse. Comment la découverte peut-elle se produire quand on demande aux étudiants de travailler avec des idées déjà surchargées de sophistication et de raffinement ?* "

> "*Les concepts qui rendent intelligible le monde des enfants ne sont pas ceux, beaucoup plus techniques, qui servent dans la pensée mathématique arrivée à maturité, celle qui procède par longues chaînes déductives.[…] Il est perturbant pour un élève de devoir assimiler des concepts dont la généralité et la technicité n'ont pas de pertinence dans son univers intellectuel […].*"

Ainsi, affirme N. Rouche, au fil de l'apprentissage des mathématiques, "*il y a des paliers de rigueur; et il y a aussi des mutations de la notion de preuve. Ou peut-être faudrait-il dire des moyens de convaincre ? C'est une fausse question de se demander à partir de quel âge il faut démontrer dans le cours de mathématiques. Lorsqu'on la pose, on se réfère à une définition unique, canonique de la démonstration. Mieux vaut se demander comment évoluent, par paliers, non seulement les moyens de convaincre, mais encore la nature des choses que l'on veut prouver (la vérité d'un phénomène, une filiation logique).*" [19]

Mais, ajoute-t-il, dès le tout début de l'apprentissage, il y a déjà une certaine rigueur : *" Par ailleurs, et quelque soit le caractère primitif de l'univers enfantin comparé aux mathématiques constituées, cet univers n'est pas seulement intuitif. L'apprentissage des mathématiques n'est pas un passage de la pure intuition (à l'école élémentaire) à la pure logique (à l'école secondaire). Il faut qu'à chaque étape se joue le contrepoint de l'intuition et de la logique […]. Même au tout début de l'apprentissage, ce qui naît de l'expérience et de l'imagination doit aboutir à des enchaînements d'idées éprouvés, fussent-ils brefs, fussent-ils, au début, de l'ordre d'un simple "parce que" ».* [19]

Comme le dit B. Charlot[2][6], "*La rigueur ne doit pas être une exigence imposée de l'extérieur par le maître - et donc ressentie par l'élève comme arbitraire – mais une nécessité pour celui qui veut communiquer les résultats de son activité, les défendre contre la contestation, les utiliser comme instruments pour résoudre de nouveaux problèmes. La rigueur, tout comme le savoir, se construit à travers l'activité mathématique.*"

Montrons deux manières de prouver qui correspondent à des paliers de rigueur, intermédiaires avant d'aboutir à une théorie bien structurée et déductive. L'une consiste à utiliser des exemples paradigmatiques, l'autre à construire, non pas une théorie complète axiomatisée, mais un ilôt déductif rigoureux, mais seulement localement.

[5] Dans le Chapitre X, *L'épistémologie implicite des pratiques d'enseignement des mathématiques.*

[6] Dans le Chapitre X, *L'épistémologie implicite des pratiques d'enseignement mathématiques.*

Pour illustrer ce que nous entendons par exemple paradigmatique, considérons la situation suivante décrite par N. Rouche [20] :

> "*Nous montrons un réseau de 12 points disposés en 3 lignes et 4 colonnes, pour nous convaincre que 3x4 = 4x3. Ensuite, nous transposons cet exemple en imagination à tout ensemble de points disposés en un réseau rectangulaire, et concluons de là que le produit de deux nombres naturels est commutatif. L'exemple de départ dans une telle preuve est parfois appelé exemple paradigmatique. C'est un exemple que l'on étend sans effort particulier à tous les autres possibles*." On est loin d'une démonstration en bonne et due forme qui s'appuierait sur les axiomes de Peano, et pourtant, la pensée témoigne d'une certaine rigueur.

Pour faire comprendre la locution ilôt déductif, *"considérons [...] une classe au travail sur un thème de géométrie. [...] Il y aura des conversations dans tous les sens, dans un langage qui sera loin de respecter les normes de la langue scientifique. [...] Il y aura des pourquoi, et c'est là que les difficultés commencent. Ces pourquoi naîtront quand ils voudront, sur le tas, en tous cas pas au bon moment dans le développement d'une théorie déductive bien au point. Les élèves devront être aidés à trouver des explications. Mais des explications à partir de quoi ? Ils auront besoin de ce que Choquet [4] appelle des îlots déductifs. En d'autres termes, en analysant la situation qui fait problème, le professeur essayera de la réduire aux évidences les plus proches, pour ensuite accrocher à ces évidences l'explication attendue."*[11]

Terminons cette réflexion sur la rigueur en nous interrogeant sur la place que doivent prendre les définitions dans l'enseignement des mathématiques. Voici ce qu'en dit N. Rouche :

> *"Par souci de rigueur, certains auteurs introduisent d'emblée des définitions dont l'utilité n'est pas évidente pour celui qui fait ses premiers pas en géométrie. C'est le cas par exemple si on définit la droite prématurément, si on considère que deux droites confondues sont parallèles, [...] etc. La recherche de la rigueur pour elle-même est une pratique perturbante."* [21]
>
> *"Nous pensons qu'il faut attendre que les notions communes se mettent en difficulté pour donner des définitions qui passent le cap de ces difficultés. En d'autres termes, avant de s'occuper d'un problème de fondement, mieux vaut attendre de rencontrer une matière qui l'exige."* [21] *"Les définitions sont des outils pour comprendre les phénomènes et construire des preuves plutôt que des révélations de la nature de certaines. On ne peut définir une chose que si on la connaît déjà."* [7]

Ceci nous renvoit à I. Lakatos [15] qui qualifie d'heuristique un enseignement dans lequel les concepts sont introduits le plus près possible des démonstrations où l'on peut discerner l'usage qui est fait de leurs connotations techniques. Cet auteur y montre aussi que les définitions, les énoncés de théorèmes et leurs démonstrations se construisent l'un par l'autre et l'un pour l'autre pour les besoins de démonstration.

[7] Pages publicitaires pour le livre de N. Rouche et al., *Du quotidien aux mathématiques, Géométrie*, tome 2.

Conclusion

Nous sommes conscientes que la présentation qui s'achève ici manque d'illustrations sur des points précis de matière. Les lecteurs intéressés en trouveront dans les ouvrages listés dans la bibliographie.

Cet article a fait l'objet d'un exposé à la journée de formation intitulée *"Construire la pensée mathématique à tous les niveaux de l'enseignement"*, organisée à Louvain-la-Neuve le 11 novembre 2009 par le GEM en collaboration avec CGE (Changements pour l'Egalité). Pour plus de renseignements sur le GEM, voir le site : http://sites.uclouvain.be/gem/

Bibliographie

Bassis H., *Je cherche donc j'apprends*, éd. Sociales, Paris, 1984, **[1]**

Bkouche R., **Charlot B., Rouche N**., *Faire des mathématiques, le plaisir du sens,* Armand Colin, Paris, 1991, **[2]**

Braudel F., *Ecrits sur l'histoire*, Flammarion, collection sciences, Paris 1969 **[3]**

Choquet G., *L'enseignement de la géométrie*, Hermann, Paris, 1964, **[4]**

CREM, *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans*, CREM, Nivelles, 1995, **[5]**

Hauchart C., Rouche N., *Apprivoiser l'infini, un enseignement des débuts de l'analyse*, Proposition 14, coéd. GEM-Ciaco, Louvain-la-Neuve, 1987, **[6]**

Freudenthal H., *Mathematics as an educational task*, Reidel, Dordrecht, 1973, **[7]**

Freudenthal H., *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Reidel, Dordrecht, 1983, **[8]**

GEM, *Ecrire des maths*, Proposition 8, Louvain-la-Neuve, 1983, **[9]**

GEM, Lettre du GEM au GFEN, in *Dialogue* n° 54bis, Groupe Français d'Education Nouvelle, 1985, pp. 10-27, **[10]**

GEM, *Une géométrie pour tous les jours*, Dossier n°2, 3ème édition, Louvain-La-Neuve, 1985, **[11]**

Guillaume P., *La psychologie de la forme,* Flammarion, Paris, 1979, **[12]**

Kline M., *Calculus, an intuitive and physical approach*, J. Wiley, New York, 1977, **[13]**

Koelher W., *Psychologie de la forme,* Gallimard, Paris, 1964, **[14]**

Lakatos I., *Preuves et réfutations, essai sur la découverte mathématique*, (trad. Balacheff, Laborde), Paris, Hermann, 1984, **[15]**

Mach E., *L'analyse de sensations, le rapport du physique au psychique,* trad. F. Eggers et J.-M. Monnoyer, éd. Jacqueline Chambon, Nîmes, 1996; original allemand 1886, **[16]**

Polya G., *How to Solve It, a nieuw aspect of mathematical method,* Princeton University Press, 1945, **[17]**

Rouche N., Apprendre à prouver, in *Bulletin de la SMB*, série A, tome XLII, 1990, pp 117-146, **[18]**

Rouche N., De l'élève aux mathématiques, le chemin s'allonge**,** in *L'apprentissage des sciences en question, La pensée et les hommes*, éd. Espaces de liberté, 2005, pp.29-49, **[19]**

Rouche N. et al., *Du quotidien aux mathématiques*, *Nombres, grandeurs et grandeurs*, volume 1, éd. Ellipses, Paris, 2006, **[20]**

Rouche N. et al., *Du quotidien aux mathématiques*, *Géométrie,* volume 2, éd. Ellipses, Paris, 2008, **[21]**

Rouche N., Du savoir à l'élève ou de l'élève au savoir, in *bulletin de l'APMEP*, n° 397, 1995, pp.351-360, **[22]**

Stein S.K., Gresham's law : algorithm drive out thought, *For the learning of Mathematics 7*, 2-4, **[23]** cité par **N. Rouche**, Du savoir à l'élève ou de l'élève au savoir, in *bulletin de l'APMEP*, n° 397, pp. 351-360, 1995, **[21]**

Wallon H., *De l'acte à la pensée*, Flammarion, Paris, 1970, **[24]**

Weber M., *Essais sur la théorie de la science*, trad. J. Freund, Plon, Paris, rééd. 1992, **[26]** cité par **N. Rouche**, Du savoir à l'élève ou de l'élève au savoir, in *bulletin de l'APMEP*, n° 397, pp. 351-360, 1995, **[25]**

Wertheimer M., *Productive thinking,* Harple and Brothers, New York, 1945, **[26]**

Wittmann E., *Das zalhenbuch, Mathematik im 1. Schuljahr,* Ernst Klett Grundscuhlverlag GmbH, Leipzig, 2000, **[27]**

Auteurs :

Christine De Block-Docq, GEM,
christine.docq@gmail.com

Christiane Hauchart, coordinatrice du GEM,
christiane.hauchart@uclouvain.be

GEM, Département de Mathématiques UCL,
chemin du Cyclotron, 2
1348 Louvain-la-Neuve

Le présent document est paru dans la revue *Losange* n°5 (juin - septembre 2009).