



Le plaisir de chercher en mathématiques. . . 40 ans de situations-problèmes

Journée de formation IFC 202001701/25616

Groupe d'Enseignement Mathématique
Louvain-la-Neuve, 11 novembre 2017

Fondé par Nicolas Rouche en 1977, le Groupe d'Enseignement Mathématique (GEM) rassemble une trentaine d'enseignants de tous niveaux autour d'une tâche principale commune : construire des séquences d'apprentissage de mathématiques, pleines de sens et de réflexion.

Pour fêter ses 40 ans d'existence, le GEM propose une journée de formation « *Le plaisir de chercher en mathématiques. . . 40 ans de situations-problèmes* », le samedi 11 novembre 2017. Le programme de cette journée s'adresse aux enseignants du fondamental et du secondaire ainsi qu'aux autres acteurs de l'enseignement des mathématiques.

Les enseignants auront le choix entre des ateliers variés organisés en parallèle, selon leur niveau d'enseignement et leurs intérêts. Ils choisiront trois ateliers parmi quinze propositions. Dans ces ateliers, différents sous-groupes du GEM illustreront par des séquences d'apprentissage comment la pensée mathématique se construit à tout âge. À travers des sujets aussi variés que fractions, partages, nombres, géométrie, probabilités et cartographie. . . les participants seront invités à travailler sur les situations comme le feraient leurs élèves et ainsi à goûter au plaisir de chercher en mathématiques.

Une conférence plénière, présentée par Benoît Jadin, clôturera la journée. Elle retracera 40 ans de belles situations-problèmes au GEM et montrera notamment, en s'appuyant sur des exemples, en quoi les problèmes sont le sel des mathématiques.

Programme de la journée

Ateliers de 9h à 10h20

1. Géométrie des figures : Et si on laissait le papier et le crayon pour après! (8-12 ans)
2. Symétries (8-14 ans)
3. Constructions géométriques avec matériel alternatif (12-14 ans)
4. Construire le sens dans le domaine des fractions (10-14 ans)
5. Boîtes qui flottent, boîtes qui coulent (15-18 ans)

Ateliers de 10h20 à 12h

6. Balances et calculs dans le champ additif (5-8 ans)
7. L'inégalité, une étape indispensable dans la compensation (8-12 ans)
8. Des inconnues en couleurs (8-15 ans)
9. Géométrie des tas de sable (13-18 ans)
10. Dessins sur papier pointé ou ligné (10-18 ans)

Ateliers de 13h à 14h20

11. Géométrie des figures :
12. Comparer et dénombrer de grandes quantités pour s'approprier la numération (5-8 ans)
13. Angles et outils de métier (12-14 ans)
14. Fan-Tan, partage, division, reste (8-12 ans)
15. Origami : plier pour apprendre à définir et à justifier (12-15 ans)
16. Ombres à la lampe (15-18 ans)

Conférence plénière de 14h35 à 16h

Les problèmes au centre, au centre des problèmes

Formateurs

La formation est assurée par plusieurs intervenants, membres du GEM et enseignants à divers niveaux :

- Geneviève Boogaerts, institutrice maternelle ;
- Dominique Farkas, Sophie Loriaux et André Wauters, instituteurs primaires ;
- Jordan Detaille, Aude Durieux, Héloïse Jacquet, Pierre Pierson, et Anne Rondeaux, enseignants dans le secondaire inférieur ;
- François Bernard, Ginette Cuisinier, Evelyne David, John Dossin, Renée Gossez, Mariza Krysinska et Dany Legrand, enseignants dans le secondaire supérieur ;
- Isabelle Berlangier, Christine Docq, Thérèse Gilbert, Benoît Jadin, Laure Ninove et Isabelle Wettendorff, enseignants dans le supérieur.

Droits d'auteurs et droits intellectuels

Les contenus et les supports présentés en formation ont été développés par le Groupe d'Enseignement Mathématique (GEM), Chemin du Cyclotron 2 à B-1348 Louvain-la-Neuve, <http://www.gem-math.be>, contact@gem-math.be.

Pour la conférence plénière et le texte de celle-ci : Benoît Jadin, Rue de l'Église 23, 4590 Ouffet.

Synthèse du contenu de la formation

La conférence plénière développe les idées générales clés de la formation. Le texte de Benoît Jadin, « Les problèmes au centre, au centre des problèmes », est reproduit ci-après.

Références bibliographiques

Une liste détaillée des références bibliographiques, permettant aux participants d'approfondir les différents sujets abordés en formation, est donnée ci-après.

Résumé de la conférence plénière et des ateliers

Le résumé de la conférence plénière et des quinze ateliers est donné ci-après.

Documents relatifs aux ateliers

Après la journée du 11 novembre, les documents relatifs aux différents ateliers (tels que les fiches de travail distribuées ou les diaporamas présentés) seront disponibles en ligne sur le site web du GEM à l'adresse <http://gem-math.be/spip.php?article742>.

Contact

Vous pouvez nous contacter via l'adresse contact@gem-math.be.

Pour être informé des activités du GEM, vous pouvez

- visiter le site web du GEM : <http://gem-math.be/>,
- vous inscrire à notre liste de diffusion en envoyant un courriel à gem-subscribe@gem-math.be,
- nous suivre sur Facebook : [@gem.lln](https://www.facebook.com/gem.lln).



Résumé de la conférence plénière et des ateliers

Journée de formation « Le plaisir de chercher en mathématiques »

Groupe d'Enseignement Mathématique
Louvain-la-Neuve, 11 novembre 2017

Les problèmes au centre, au centre des problèmes

En quoi les problèmes sont-ils indispensables à l'enseignement des mathématiques ? Quelles postures mentales développe-t-on au travers de leur résolution ? Comment s'anime la classe chercheuse ? Voici quelques unes des grandes questions au centre de notre tour de quelques problèmes traités par le GEM au cours de sa longue histoire...

Conférencier : Benoît Jadin

1 Géométrie des figures : et si on laissait le papier et le crayon pour après !

Souvent, la géométrie se travaille sur papier, ce qui peut freiner une conception dynamique des figures. Dans cet atelier, nous verrons comment travailler des familles de figures dynamiquement et en grand et comment aider l'élève à passer du geste physique au geste mental.

Public concerné : élèves de 8 à 12 ans

Animation : Laure Ninove et André Wauters

2 Symétries

Cet atelier propose d'une part de vivre la symétrie en trois dimensions en équipes et d'autre part de découvrir des familles de polygones d'une tout autre façon, en maniant un miroir et des figures de base.

Public concerné : élèves de 8 à 14 ans

Animation : Christine Docq et Sophie Loriaux

3 Constructions géométriques avec matériel alternatif

Avec un matériel donné, inhabituel, comment construire une droite parallèle à une autre, tracer une bissectrice, une médiatrice... ? Chaque sous-groupe devra réaliser quelques constructions géométriques de base et les justifier aux autres. Dans un 2e temps, les participants créeront de nouveaux outils. Cet atelier, qui associe construction et justification, a été conçu pour des élèves du premier degré du secondaire.

Public concerné : élèves de 12 à 14 ans Animation : François Bernard, Jordan Detaille, Pierre Pierson et Anne Rondeaux

4 Construire le sens dans le domaine des fractions

Cet atelier propose du matériel et des activités de manipulation, de représentation et d'expression pour soutenir un apprentissage constructif des fractions et des opérations sur les fractions.

Il s'agit d'utiliser des gabarits sur transparents pour déterminer des fractions représentées par des aires. Les aires sont choisies de telle façon que les différentes opérations et les règles associées se présentent naturellement. Nous évoquerons notamment le (un des) sens de la fraction, l'équivalence de fractions, le passage de la division à la barre de fraction, et l'addition.

Public concerné : élèves de 10 à 14 ans

Animation : Isabelle Berlinger et Thérèse Gilbert

5 Boîtes qui flottent, boîtes qui coulent

L'atelier propose une activité de modélisation mathématique dans le contexte de boîtes en plomb dont certaines coulent et certaines autres flottent. Pour pouvoir comprendre et expliquer le phénomène physique observé, on mettra en place le modèle algébrique sous forme d'une formule algébrique qui, selon les questions formulées suite aux observations, deviendra une fonction du premier degré ou une fonction homographe.

Public concerné : élèves de 15 à 18 ans

Animation : Mariza Kryszynska

6 Balance et calculs dans le champ additif

Lors de cet atelier, nous nous interrogeons sur le principe de l'égalité chez les jeunes élèves. Nous proposons une manière ludique pour les élèves de visualiser, de s'entraîner sur des situations d'ajout, de retrait et de recherche d'égalité.

Public concerné : élèves de 5 à 8 ans

Animation : Geneviève Boogaerts et Dominique Farkas

7 L'inégalité, une étape indispensable dans la compensation

On insiste énormément sur l'égalité lorsqu'on travaille, par exemple la compensation ; or l'élève peut penser que derrière le signe « = », il doit écrire une réponse. Prendre le temps de s'arrêter à l'inégalité lors d'un raisonnement (calcul, équations) permet d'une part de redonner du sens au signe « = » et d'autre part de mieux comprendre ce que l'on fait.

Public concerné : élèves de 8 à 12 ans

Animation : André Wauters

8 Des inconnues en couleurs

Cet atelier vise à amener les élèves à explorer, puis progressivement à mettre en place des stratégies pour déduire la valeur de deux (ou de trois) inconnues liées par des relations linéaires. Les énoncés sont communiqués aux élèves sous la forme d'images. Les élèves reçoivent des jetons à regrouper et à organiser pour trouver la valeur de chaque inconnue.

Public concerné : élèves de 8 ans à plus de 15 ans

Animation : John Dossin et Sophie Loriaux

9 Géométrie des tas de sable

On verse du sable sur une table et ça fait un petit tas. Quelle forme a-t-il? Et quels paramètres influencent la forme du tas? Quel tas de sable peut-on faire sur un socle rectangulaire, trapézoïdal ou sur un disque tronqué?

Explorer, extraire, expliquer... On se pose des questions, on conjecture, on expérimente... On ne s'attendait pas à cette forme? On recommence. Il faut finalement argumenter pour être sûr.

Le contexte des tas de sable et l'expérimentation mettent en chantier des connaissances géométriques plus ou moins élémentaires. La plupart des problèmes que nous proposerons ont été expérimentés dans des classes de troisième secondaire. D'autres peuvent être proposés en fin de secondaire ou à des amateurs de mathématiques. Plaisir et argumentation.

Public concerné : 13 à 18 ans et plus

Animation : Thérèse Gilbert et Pierre Pierson

10 Dessins sur papiers pointé et ligné

Dessiner des modules composés de cubes sur du papier pointé, découvrir les perspectives isométriques, cavalière, curviligne, améliorer la vision de l'espace et faire de la géométrie, c'est possible à différents âges. Au travers de quelques activités, les participants pourront, à leur rythme, vivre ces apprentissages de l'intérieur, tout en recevant l'écho de nos expériences dans des classes diverses.

Public concerné : de 10 ans à 18 ans et plus

Animation : Aude Durieux, Héloïse Jacquet et Benoît Jadin

11 Comparer et dénombrer de grandes quantités pour s'appropriier la numération

On a devant soi un grand nombre de billes : combien y en a-t-il? Donnons plus de chance à nos élèves de viser juste en les aidant à construire des images mentales des nombres.

Public concerné : élèves de 5 à 8 ans

Animation : Geneviève Boogaerts et Dominique Farkas

12 Angles et outils de métier

Une suite d'activités sur la détermination d'amplitudes d'angles à l'aide d'outils de métier permet d'appliquer ou de redécouvrir certaines propriétés des angles dans un contexte concret.

Dans un premier temps, nous ferons mesurer, avec divers outils, des angles moins accessibles que ceux qui apparaissent dans les cahiers. Ensuite il s'agira de déterminer toutes les amplitudes que l'on peut obtenir avec un outil de soudeur.

Cet atelier, qui associe étroitement manipulation et justification, a été conçu pour des élèves du premier degré du secondaire.

Public concerné : élèves de 12 à 14 ans

Animation : Isabelle Berlanger, Thérèse Gilbert et Pierre Pierson

13 Fan-Tan, partage, division, restes

Peut-on deviner/anticiper le reste d'une division? Quels sont les restes improbables? Comment l'expliquer? Que doit-on faire de ce reste? Comment lui donner du sens? Cet atelier permet de vivre une activité qui apporte des réponses à ces questions.

Public concerné : élèves de 8 à 12 ans

Animation : Sophie Loriaux

14 Origami : plier pour apprendre à définir et à justifier

Notre démarche consiste à mettre des élèves au défi de construire des polygones à partir des plis de base de l'origami, en respectant certains principes qui garantissent par exemple l'égalité des mesures de longueur de segments ou d'amplitude d'angles, par pliage. Au cours de cet exercice, on comprend assez vite que pour arriver à construire la figure demandée par pliage, il est important d'en choisir la « bonne » définition et/ou de faire appel à ses propriétés de symétrie. Ceci amène donc tout naturellement une discussion sur l'équivalence des différentes définitions que l'on peut utiliser pour caractériser une figure.

Public concerné : élèves de 12 à 15 ans

Animation : Evelyne David, Renée Gossez, Laure Ninove et Isabelle Wettendorff

15 Ombres à la lampe

Quelles ombres peut-on obtenir en éclairant des figures planes à la lampe? Par des manipulations utilisant un matériel inspiré d'une vitre de Dürer, nous étudierons ces ombres. Cela nous mènera à une réflexion sur le parallélisme et sur la perspective.

Public concerné : élèves de 15 à 18 ans

Animation : Ginette Cuisinier et Dany Legrand



Pour la plupart des ateliers de la formation, les personnes intéressées pourront prolonger la recherche et approfondir le sujet en consultant le tout nouvel ouvrage suivant.

Th. GILBERT, L. NINOVE (dir.) et le GROUPE D'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE, *Le plaisir de chercher en mathématiques. De la maternelle au supérieur, 40 problèmes*, Presses Universitaires de Louvain, coll. « Cripedis », 2017, 218 p.

Ce livre présente 40 problèmes écrits à 40 mains par des membres du Groupe d'enseignement mathématique à l'occasion du 40^e anniversaire de sa fondation.

Par ailleurs, sur le site web du GEM <http://gem-math.be/>, de nombreuses ressources sont proposées en libre accès, concernant l'enseignement des mathématiques de la maternelle au supérieur ainsi que des informations sur nos différentes publications.

Les problèmes au centre, au centre des problèmes

B. JADIN, *Les problèmes au centre, au centre des problèmes*, Notes de la conférence plénière de la journée de formation *Le plaisir de chercher en mathématiques*, Louvain-la-Neuve, le 11 novembre 2017.

S. BONNÉRY, *Comprendre l'échec scolaire. Élèves en difficultés et dispositifs pédagogiques*, La Dispute, Paris, 2007.

B. CHARLOT, *Qu'est-ce que c'est faire des maths ?*, Plot n° 105, revue de l'APMEP, 1987

CREM (B. HONCLAIRE, N. ROUCHE, F. VAN DIEREN, M.-F. VAN TROEYE, M. KRYSINSKA), *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans*, CREM, 1995, <https://www.crem.be/publication/Cadre%20global>.

A. DESMARETS, B. JADIN, N. ROUCHE, P. SARTIAUX, *Oh, moi les maths...*, Talus d'approche, 1997, <http://gem-math.be/spip.php?article26>.

GEM, *Lettre du GEM au GFEN*, Dialogue n° 54 bis, revue du Groupe Français d'Éducation Nouvelle, 1985.

K. HAGA, *Origamics : Mathematical explorations through paper folding*, Edité et traduit par J.C. Fonacier et M. Isoda, World Scientific, Singapour, 2008.

L. NINOVE, *Rencontre avec la droite mère, Un élégant problème d'origami de Kazuo Haga*, Revue Losanges n° 12, 2011, <http://gem-math.be/spip.php?article701>.

1 Géométrie des figures : et si on laissait le papier et le crayon pour après !

A. WAUTERS, *Quadrilatères en grand*, in : *Le plaisir de chercher en mathématiques*, Chapitre 20, pp. 97-100.

2 Symétries

Ch. DOCQ, *Cache-cache de figures avec un miroir*, in : *Le plaisir de chercher en mathématiques*, Chapitre 27, pp. 136-139.

GEM - Sous-groupe Fondamental, *Cache-cache de formes géométriques*, <http://gem-math.be/spip.php?article669>.

3 Constructions géométriques avec matériel alternatif

F. BERNARD, *Constructions géométriques avec des outils alternatifs*, in : *Le plaisir de chercher en mathématiques*, Chapitre 33, pp. 170-174.

4 Construire le sens dans le domaine des fractions

Th. GILBERT, *Des fractions avec des transparents*, in : *Le plaisir de chercher en mathématiques*, Chapitre 21, pp. 101-105.

5 Boîtes qui flottent, boîtes qui coulent

M. KRYSINSKA, *Boîtes qui flottent, boîtes qui coulent*, in : *Le plaisir de chercher en mathématiques*, Chapitre 30, pp. 148-156.

M. KRYSINSKA, *Boîtes qui flottent, boîtes qui coulent, d'après l'idée de Y. Chevallard*, Revue Losanges n° 14, 2011, <http://gem-math.be/spip.php?article702>.

Y. CHEVALLARD, *Arithmétique, Algèbre, Modélisation, étapes d'une recherche*, édition IREM Aix-Marseille, 1989.

6 Balance et calculs dans le champ additif

G. BOOGAERTS, *Jeux de billes et d'égalité*, in : *Le plaisir de chercher en mathématiques*, Chapitre 7, pp. 43-45.

7 L'inégalité, une étape indispensable dans la compensation

8 Des inconnues en couleurs

J. DOSSIN, *Des inconnues en couleurs*, in : *Le plaisir de chercher en mathématiques*, Chapitre 11, pp. 57-60.

9 Géométrie des tas de sable

Th. GILBERT, *Tas de sable sur une ellipse*, in : Le plaisir de chercher en mathématiques, Chapitre 31, pp. 157-162.

Ch. MILSONNEAU et al. (élèves de 13 à 15 ans des collèges Vieux colombier et Vieux Chêne), *La géométrie du tas de sable*, MATH.en.JEANS, 2009,

<http://www.mathenjeans.fr/content/article-la-géométrie-du-tas-de-sable-collège-vieux-colombier-le-mans>.

P. PIERSON, *La géométrie des tas de sable*, Travail de fin d'études, Haute École Galilée ISPG, Bruxelles, 2012.

10 Dessins sur papiers pointé et ligné

A. BARRE et A. FLOCON, *La Perspective curviligne. De l'espace visuel à l'image construite*, Flammarion, Paris, 1968.

11 Comparer et dénombrer de grandes quantités pour s'appropriier la numération

G. BOOGAERTS, *Comparer de grands nombres*, in : Le plaisir de chercher en mathématiques, Chapitre 32, pp. 166-169.

12 Angles et outils de métier

P. PIERSON et I. BERLANGER, *Mesurer un angle entre deux murs*, in : Le plaisir de chercher en mathématiques, Chapitre 35, pp. 178-181.

13 Fan-Tan, partage, division, restes

S. LORIAUX, *Fan Tan*, in : Le plaisir de chercher en mathématiques, Chapitre 1, pp. 16-18.

14 Origami : plier pour apprendre à définir et à justifier

R. GOSSEZ, *Vous avez dit cerf-volant ? Ou les surprises que réserve un pliage*, in : Le plaisir de chercher en mathématiques, Chapitre 12, pp. 61-64.

P. WANTIEZ et L. NINOVE, *Exploiter le pliage à la fin du primaire et au début du secondaire*, Revue Losanges n° 19, 2012, <http://gem-math.be/spip.php?article720>.

15 Ombres à la lampe

G. CUISINIER, D. LEGRAND, J. VANHAMME, *Géométrie de l'espace par le biais de l'ombre à la lampe*, Proposition 18 du GEM, 1995, <http://gem-math.be/spip.php?article24>.

L. NINOVE, *Ombres à la lampe*, in : Le plaisir de chercher en mathématiques, Chapitre 6, pp. 35-39.

Repères didactiques généraux

Les idées principales développées et défendues par Nicolas ROUCHE, fondateur du GEM, à propos de l'enseignement des mathématiques sont présentées dans l'article suivant.

Ch. DOCQ et Ch. HAUCHART, *Les idées principales de Nicolas Rouche à propos de l'enseignement des mathématiques*, Revue Losanges n° 5, 2009, <http://gem-math.be/spip.php?article161>.

Voici d'autres repères didactiques qui guident les travaux du GEM.

G. ARSAC et M. MANTE, *Les pratiques du problème ouvert*, Scerén, CRDP, IREM de Lyon, 2007.

R. BKOUICHE, B. CHARLOT et N. ROUCHE, *Faire des mathématiques, le plaisir du sens*, Armand Colin, 1997.

CREM (L. LISMONT et N. ROUCHE coord.), *Formes et mouvements : Perspectives pour l'enseignement de la géométrie*, CREM, 2001.

R. DUVAL, *Argumenter, démontrer, expliquer : Continuité ou rupture cognitive ?*, Revue Petit x, n.31, 1992-1993, pp.37-61.

R. DUVAL et M. GODIN, *Les changements de regards nécessaires sur les figures*, Revue Grand N, n.76, 2005, pp.7-27.

H. FREUDENTHAL, *Mathematics as an educational task*, Springer, 1972.

H. FREUDENTHAL, *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Math. Educat. Library, Springer, 1986.

R. GOIGOUX, *Quels savoirs utiles aux formateurs ?*, Centre A.-Savary, IFé-ENS de Lyon, <http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/nouvelles-professionnalites/formateurs/roland-goigoux-quels-savoirs-pour-les-formateurs>, consulté en décembre 2016.

G. PÓLYA, *La découverte des mathématiques*, Dunod, 1967.

G. PÓLYA, *Comment poser et résoudre un problème*, 2e éd., 1965, nouveau tirage 2007, traduction de *How to Solve It*, 1957.

Groupe de travail APMEP « Problématiques au lycée », *Pour un enseignement problématisé des mathématiques au lycée, Tomes 1 et 2*, Brochures n° 150 et n° 154 de l'APMEP, Paris, 2003.

N. ROUCHE, *Huits points de vue pour repenser son enseignement en mathématiques*, PLOT Nouvelle série n° 6, n° 109, 2004, pp. 2-5.

N. ROUCHE, *Du savoir à l'élève ou de l'élève au savoir ? Une question de sens*, Bulletin Vert de l'APMEP, n° 397, 2001, pp.351-360.

Sh. STEIN, *Gresham's law : algorithm drives thought* (7), 1987, pp. 2-4.